



BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 1	D	<i>Durée de l'épreuve : 125min (105+20)</i> <i>Date de l'épreuve : 21/09/2020</i>

Numéro du candidat : _____

Instructions

- L'élève répond à toutes les questions de la partie obligatoire.
 - L'élève répond à exactement 2 questions de la partie au choix.
- Il / elle indique obligatoirement ses choix en marquant d'une croix les cases appropriées ci-dessous.

Seules les réponses correspondant aux questions choisies par l'élève seront évaluées. Toute réponse à une question non choisie par l'élève est cotée à 0 point. En l'absence de choix clairement renseigné sur la page de garde, la partie au choix est cotée à 0 point.

Partie obligatoire

Exercice 1 : Equations dans \mathbb{C}

20 Points

Partie au choix

Exercice 2 : Calculs dans \mathbb{C}

20 Points

Exercice 3 : Calculs dans \mathbb{C}

20 Points

Exercice 4 : Systèmes linéaires

20 Points

Exercice 5 : Géométrie analytique de l'espace

20 Points

Partie obligatoire

Exercice 1

14 + 6 = 20 Points

a) Résolvez dans \mathbb{C} l'équation suivante après avoir vérifié qu'elle admet une solution imaginaire pure.

$$z^3 + (-4 - 7i) \cdot z^2 + (1 + 18i) \cdot z - 10 - 55i = 0$$

b) Résolvez dans \mathbb{C} l'équation suivante en donnant l'ensemble des solutions.

$$(3 + 2i) \cdot z = -8 + 9i + 5i \cdot \bar{z}$$

Partie au choix

Exercice 2

4 + 6 + 10 = 20 Points

a) Soit le nombre complexe $z_1 = \frac{12 - 11i}{10i} + \frac{7 - 5i}{3 - i}$.

Calculez et écrivez $(z_1)^2$ sous forme algébrique.

b) Calculez $z_2 = \frac{\left(\frac{i}{2}\right)^3 \cdot \left[2 \cdot \text{cis}\left(\frac{-13\pi}{30}\right)\right]^5}{(\sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot i)^4}$ et écrivez le résultat sous forme trigonométrique et algébrique.

c) Soit le nombre complexe $z_3 = -18 - 18\sqrt{3} \cdot i$.

- Calculez les racines quatrièmes complexes de z_3 . Donnez également ces racines sous forme algébrique.
- Représentez dans le plan de Gauss les points dont les affixes sont ces racines.
- Comparez ensuite le produit de ces racines avec z_3 .

Exercice 3

2 + 2 + 11 + 5 = 20 Points

Soient les nombres complexes $z_1 = \frac{-1+i}{i}$, $z_2 = \frac{-3}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot i$ et $z_3 = -1 - i$

a) Ecrivez z_1 sous forme algébrique et trigonométrique.

b) Ecrivez z_2 et z_3 sous forme trigonométrique.

c) Calculez et écrivez $Z = \frac{z_1}{(z_2)^2 \cdot (z_3)^4}$ sous forme algébrique et trigonométrique.

d) Déduisez-en les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$, $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

Exercice 4

20 Points

Résolvez, discutez et interprétez géométriquement le système suivant pour lequel m est un paramètre réel.

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 5 \\ (m+1) \cdot x + 2y - z = 7 \\ 3x + (m-4) \cdot y + 7z = m+3 \end{cases}$$

Exercice 5

4 + 2 + 3 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 = 20 Points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé on donne les points $A(1;2;0)$, $B(2; 0;-8)$ et $C(-1;1;1)$.

a) Vérifiez que A , B et C ne sont pas alignés et établissez une équation cartésienne du plan π_1 passant par les trois points.

b) Montrez que la droite d_1 définie par $d_1 \equiv \begin{cases} x = -4 + 2\alpha \\ y = -5 + 3\alpha \\ z = 1 - \alpha \end{cases}$ où $\alpha \in \mathbb{R}$, n'est pas parallèle au plan π_1 .

c) Déterminez les coordonnées du point d'intersection E de π_1 et d_1 .

d) Déterminez les coordonnées du point F de d_1 dont la cote vaut 3.

e) Établissez un système d'équations cartésiennes de d_1 .

f) Déterminez un système d'équations paramétriques de la droite d_2 qui passe par le point $G(2;2;2)$ et qui est perpendiculaire à π_1 .

g) Montrez que les droites d_1 et d_2 n'ont pas de point d'intersection.

h) Déterminez une équation cartésienne et un système d'équations paramétriques du plan π_2 passant par $G(2;2;2)$ et parallèle à π_1 .